Université de Provence 2008–2009

Ateliers de Mathématiques

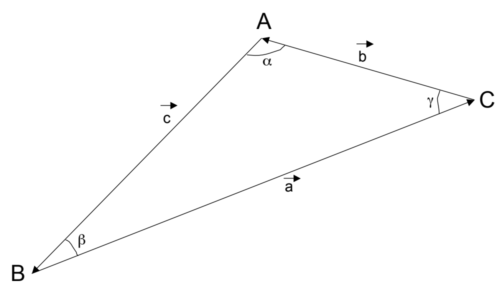
LUNDI 3 NOVEMBRE 2008

RÉVISIONS GÉOMÉTRIE

Rappel: $\vec{u} \wedge \vec{v}$ *est un vecteur orthogonal à* $\vec{u}$ *et à* $\vec{v}$*, et sa longueur est* $||\vec{u}||\,||\vec{v}||\,|\sin(\vec{u},\vec{v})|$.
D'autre part si $\overrightarrow{M_1M_4} = \overrightarrow{M_1M_2} \wedge \overrightarrow{M_1M_3}$ *alors l'angle* $\left(\overrightarrow{M_1M_2}, \overrightarrow{M_1M_3}\right)$ *(vu de* M_4*) est* ≥ 0.

Exercice 1. *Produit vectoriel.*

On considère un triangle ABC et les trois vecteurs $\vec{a} = \vec{BC}$, $\vec{b} = \vec{CA}$, $\vec{c} = \vec{AB}$, de longueurs respectives a, b et c:



a) Calculer $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$.

b) Développer $\vec{a} \wedge (\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$ et en déduire sa valeur en fonction de a, b, c et des angles α, β, γ.

Faire de même pour $\vec{b} \wedge (\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$ et $\vec{c} \wedge (\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$.

c) En utilisant les résultats des deux questions précédentes, retrouver une relation connue entre $a, b, c, \alpha, \beta, \gamma$.

Exercice 2. *Équations de plans.*

Soient trois nombres réels x_0, y_0, z_0. Alors $\dfrac{x}{x_0} + \dfrac{y}{y_0} + \dfrac{z}{z_0} = 1$ est l'équation du plan qui passe par les points ....

Expliquer pourquoi il ne passe qu'un seul plan par ces points.

Exercice 3. *Aire de parallélogramme.*

Soit $A(1, 1)$; trouver quatre points B et quatre points C tels que l'aire du parallélogramme $OABC$ soit 1.

Exercice 4. *Rectangle.*

Soit $ABCD$ un rectangle et M un point quelconque de l'espace. Démontrer que $MA^2 + MC^2 = MB^2 + MD^2$.