

Exercice "4-TD3" :

Exercice 23.4 Pour tout réel θ , on pose la matrice $M(\theta) = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$:

- 1) Montrer que $M(\theta + \theta') = M(\theta)M(\theta')$, pour tous réels θ, θ' .
- 2) Quelle est la matrice $M(0)$?
- 3) Montrer que $M(\theta)$ est une matrice inversible, quelle est $(M(\theta))^{-1}$?
- 4) Calculer $(M(\theta))^2$, montrer que $(M(\theta))^2 = M(2\theta)$, puis par récurrence que $(M(\theta))^n = M(n\theta)$
- 5) On pose $V = \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{pmatrix}$: calculer le produit $M(\theta)V$; interpréter géométriquement.
- 6) On pose $A = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}$, pour a et b réels quelconques :
Montrer que l'on peut toujours trouver un réel $k > 0$ et θ tels que $A = kM(\theta)$

Exercice "2-TD4" :

Exercice 25.2 Les sous ensembles suivants de $\mathbb{R}^3$ (ou $\mathbb{R}^4$) sont-ils des sous espaces vectoriels de $\mathbb{R}^3$? si oui, en donner une base : (ne pas utiliser la définition générale d'un espace vectoriel...)

On utilisera pour cela le cours : l'ensemble des combinaisons linéaires formées à partir des vecteurs d'une famille constitue un sous espace vectoriel ; comment nomme t-on ce sous espace ?

- $F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, \text{ tel que } x + y = 0 \text{ et } 2x - y + z = 0\}$; interprétation géométrique.
 $G = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, \text{ tel que } x - y + z = 0 \text{ et } x - y - z = 1\}$ (réponse rapide...)
 $H = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3, \text{ tel que } 2x + y + 3z = 0\}$ interprétation géométrique ;
 $I = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4, \text{ tel que } x + y = 0, \text{ et } 2x - y + t = 0\}$