

Devoir en temps limité – Mathématiques pour PC 2

Jeudi 7 mai 2009

Exercice 1. *Équations différentielles*

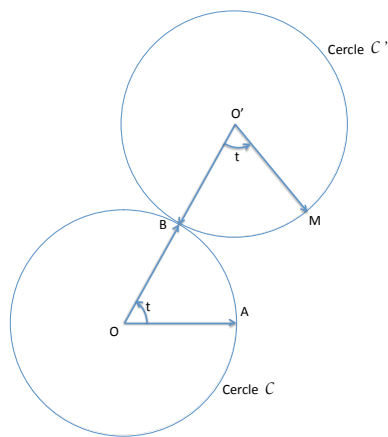
a) Résoudre l'équation différentielle $y' + xy = 0$, puis résoudre $y' + xy = x^3 + x^2 + 3x + 1$ (pour cette dernière équation, on cherchera d'abord une solution particulière de la forme $y_p(x) = ax^2 + bx + c$ avec a , b et c constantes). (sur 3 points)

b) Résoudre l'équation différentielle $2xy' - y = 0$, puis résoudre $2xy' - y = \sqrt{x}$ pour $x \in \mathbf{R}_+^*$ (on résoudra cette dernière équation par la méthode de variation de la constante). (sur 3 points)

c) Résoudre l'équation différentielle $y'' - 5y' + 6y = 0$, puis résoudre $y'' - 5y' + 6y = x$ (pour cette dernière équation, on cherchera d'abord une solution particulière de la forme $y_p(x) = ax + b$ avec a et b constantes). (sur 3 points)

Exercice 2. *Étude de fonctions (sur 11 points)*

La *cardioïde* est la trajectoire d'un point M , fixé à un cercle C' , quand ce dernier roule sans glisser sur un autre cercle C (fixé) de même rayon (qu'on supposera égal à 1) :



a) Calculer les coordonnées de M en fonction de t .

b) Représenter sur un même tableau les variations des fonctions obtenues à la question a) pour $t \in [0, 2\pi]$, et représenter la trajectoire du point M (ne pas oublier la tangente au point A pour $t = 0$ et $t = 2\pi$). Calculer la longueur de cette trajectoire.