

MATHEMATIQUES POUR PC 2
Planche 1 : Géométrie dans le plan

Exercice 0.1 Déterminer la composée de la rotation de centre $(3, \sqrt{3})$ et d'angle $\frac{2\pi}{3}$ avec la rotation de centre $\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ et d'angle $\frac{\pi}{3}$.

Exercice 0.2 Quelle est la composée de la translation de vecteur $\vec{V}(1, 0)$ avec la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$?

Exercice 0.3 Quelle est la composée de l'homothétie de centre $A(2, 0)$ et de rapport 2 avec la rotation de centre $B(1, 0)$ et d'angle $\frac{\pi}{2}$?

Exercice 0.4 Soit S la transformation du plan qui à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe $z' = -z + 4$.

1.a) Placer dans le plan les points d'affixes $3 + i$ et $2 + 2i$ ainsi que leurs transformés par S .

b) Déterminer le point A invariant par S et le placer dans le plan.

c) Démontrer que S associe à tout point M son symétrique par rapport à A .

2.a) Soit R la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$. Placer dans le plan les points d'affixes $3 + i$ et $2 + 2i$ ainsi que leurs transformés par $R \circ S$.

c) Démontrer que $R \circ S$ associe à tout point M son image par une rotation, à préciser.

Exercice 0.5 On donne les points $A(1, 0)$, $B(2, -1)$ et $C(2, 3)$ et on considère les homothéties :

H de centre A et de rapport 2,

H' de centre B et de rapport -3 ,

H'' de centre C et de rapport $\frac{1}{2}$.

Pour tout point M d'affixe z on pose $M_1 = H' \circ H(M)$ et $M_2 = H'' \circ H(M)$.

a) Exprimer l'affixe z_1 de M_1 en fonction de z et démontrer que M_1 est l'image de M par une homothétie, dont on précisera le centre et le rapport. Vérifier que ce centre est aligné avec A et B .

b) Exprimer l'affixe z_2 de M_2 en fonction de z . Par quelle transformation M_2 est-il l'image de M ? Interpréter les résultats des questions a) et b).

Exercice 0.6 On considère un losange $ABCD$ de centre O et de sens direct.

On note I, J, K, L les milieux respectifs des segments $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$, $[DA]$.

Dans la liste ci-dessous, cocher toutes les isométries qui transforment le point A en C :

Translation de vecteur \vec{BC} ,

Translation de vecteur \vec{AB} ,

Rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{2}$,

Rotation de centre O et d'angle π ,

Symétrie de centre O ,

Symétrie axiale d'axe (IK) ,

Symétrie axiale d'axe (JL) ,

Symétrie axiale d'axe (AC) ,

Symétrie axiale d'axe (BD) ,

Autre isométrie ?

Exercice 0.7 a) Quel est l'angle entre les vecteurs $\vec{V}(1, 2)$ et $\vec{W}(-1, 3)$?

b) Trouver toutes les similitudes directes qui transforment \vec{V} en \vec{W} .