

MATHEMATIQUES POUR PC 2
Planche 3 : Équations différentielles

Exercice 1 Soit l'équation différentielle

$$(E) : xy' + 2y = x^2.$$

- a) Trouver une solution particulière de (E) de la forme $y_p(x) = \alpha x^2$ (avec α constante).
- b) Résoudre l'équation sans second membre $xy' + 2y = 0$ et en déduire toutes les solutions de (E) .

Exercice 2 Soit l'équation différentielle

$$(E) : xy' - 2y = x^2.$$

- a) Résoudre l'équation sans second membre $xy' - 2y = 0$.
- b) Résoudre (E) par la méthode de variation de la constante.

Exercice 3 Soit l'équation différentielle

$$(E) : y' - 2xy = x.$$

- a) Trouver une solution particulière de (E) sous forme d'une fonction constante.
- b) Résoudre l'équation sans second membre $y' - 2xy = 0$ et en déduire toutes les solutions de (E) .
- c) Parmi ces solutions en trouver une qui vérifie $y(0) = 0$.

Exercice 4 Soit l'équation différentielle

$$(E) : y' + y = x^2 + 3x.$$

- a) Trouver une solution particulière de (E) sous forme d'un polynôme du second degré $y_p(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$.
- b) Résoudre l'équation sans second membre $y' + y = 0$ et en déduire toutes les solutions de (E) .
- c) Parmi ces solutions en trouver une qui vérifie $y(0) = 1$.

Exercice 5 Soit l'équation différentielle

$$(E) : y' + y = e^x.$$

- a) Trouver une solution particulière de (E) de la forme $y_p(x) = \alpha e^x$ (avec α constante).
- b) Résoudre l'équation sans second membre $y' + y = 0$ et en déduire toutes les solutions de (E) .

Exercice 6 Soit l'équation différentielle

$$(E) : y' + y = \cos x.$$

- a) Trouver une solution particulière de (E) de la forme $y_p(x) = \alpha \cos x + \beta \sin x$ (avec α et β constantes).
- b) Résoudre l'équation sans second membre $y' + y = 0$ et en déduire toutes les solutions de (E) .

Exercice 7 Résoudre l'équation différentielle $y' \cos x + y \sin x = 1$ par la méthode de variation de la constante.

Exercice 8 Résoudre les équations différentielles

$$y'' - 3y' + 2y = 0,$$

$$y'' - 2y' + y = 0,$$

$$y'' - y' + y = 0.$$

Exercice 9 On veut résoudre l'équation différentielle

$$(E) : y'' - 2y' + y = \cos x.$$

Trouver une solution particulière de la forme $y_p(x) = \alpha \cos x + \beta \sin x$ (avec α et β constantes) et en déduire toutes les solutions de (E) .

Exercice 10 On veut résoudre l'équation différentielle

$$(E) : y'' - 3y' + 2y = e^x.$$

Trouver une solution particulière de la forme $y_p(x) = \alpha x e^x$ (avec α constante) et en déduire toutes les solutions de (E) .