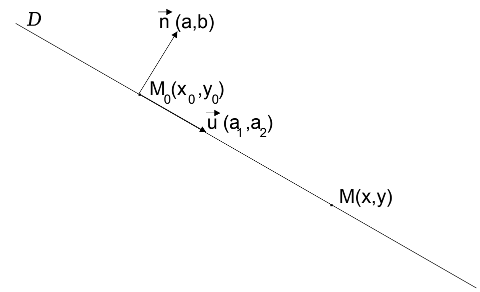
Résumé de cours (droites et plans)

I – Les équations suivantes donnent les conditions pour qu'un point $M(x, y)$ appartienne à une droite (dans le plan).

Équation cartésienne d'une droite $\mathcal{D}$ dans le plan:

$$ax + by + c = 0$$



où le vecteur $\overrightarrow{n}(a, b)$ est orthogonal à la droite.

Variantes:

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$$

(où $M_0(x_0, y_0)$ est un point fixé de la droite). Cette équation équivaut à

$$\overrightarrow{n} \cdot \overrightarrow{M_0M} = 0.$$

Équation paramétrique d'une droite $\mathcal{D}$ dans le plan:

$$\begin{cases} x = a_1t + b_1 \\ y = a_2t + b_2 \end{cases}$$

avec $t \in \mathbb{R}$.

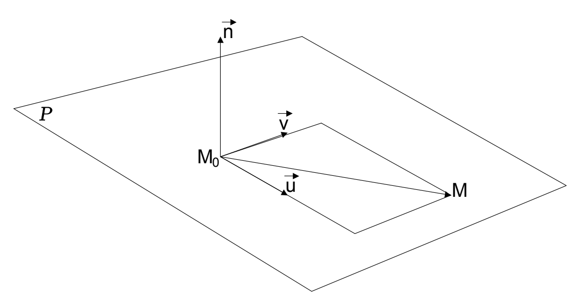
Le vecteur $\overrightarrow{u}(a_1, a_2)$ est parallèle à la droite et le point $M_0(b_1, b_2)$ appartient à la droite. Ces équations équivalent à

$$\overrightarrow{M_0M} = t\overrightarrow{u}.$$

II – Les équations suivantes donnent les conditions pour qu'un point $M(x, y, z)$ appartienne à un plan ou à une droite (dans l'espace).

Équation cartésienne d'un plan $\mathcal{P}$ dans l'espace:

$$ax + by + cz + d = 0$$



où le vecteur $\overrightarrow{n}(a, b, c)$ est orthogonal au plan.

Variantes:

$$a(x - x_0) + b(y - y_0) + c(z - z_0) = 0$$

(où $M_0(x_0, y_0, z_0)$ est un point fixé du plan). Cette équation équivaut à

$$\overrightarrow{n} \cdot \overrightarrow{M_0M} = 0.$$

Équation paramétrique d'un plan $\mathcal{P}$ dans l'espace:

$$\begin{cases} x = a_1 s + b_1 t + c_1 \\ y = a_2 s + b_2 t + c_2 \\ z = a_3 s + b_3 t + c_3 \end{cases}$$

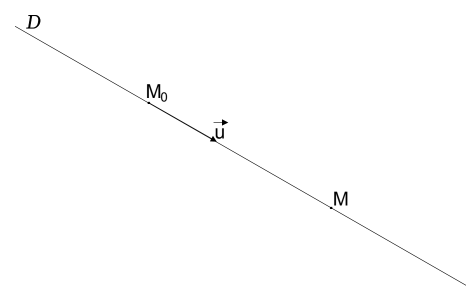
avec $s, t \in \mathbb{R}$.

Les vecteurs $\overrightarrow{u}(a_1, a_2, a_3)$ et $\overrightarrow{v}(b_1, b_2, b_3)$ sont parallèles au plan et le point $M_0(c_1, c_2, c_3)$ appartient au plan. Ces équations équivalent à

$$\overrightarrow{M_0 M} = s\overrightarrow{u} + t\overrightarrow{v}.$$

Équation cartésienne d'une droite $\mathcal{D}$ dans l'espace:

$$\begin{cases} a_1 x + b_1 y + c_1 z + d_1 = 0 \\ a_2 x + b_2 y + c_2 z + d_2 = 0 \end{cases}$$



Équation paramétrique d'une droite $\mathcal{D}$ dans l'espace:

$$\begin{cases} x = a_1 t + b_1 \\ y = a_2 t + b_2 \\ z = a_3 t + b_3 \end{cases}$$

avec $t \in \mathbb{R}$.

Le vecteur $\overrightarrow{u}(a_1, a_2, a_3)$ est parallèle à la droite et le point $M_0(b_1, b_2, b_3)$ appartient à la droite. Ces équations équivalent à

$$\overrightarrow{M_0 M} = t\overrightarrow{u}.$$