

22 TD : Systèmes d'équations

Exercice 22.1 Résoudre les systèmes d'équations suivants :

$$1) \begin{cases} x + 2y + 2z = 2 \\ y - 4z = -3 \\ -y + 2z = 2 \end{cases} ; 2) \begin{cases} x + y + z = 4 \\ 2x + y - z = 0 \\ x + 2y + z = 3 \end{cases} ; 3) \begin{cases} x + y + z = m + 1 \\ mx + y + (m - 1)z = m \\ x + my + z = 1 \end{cases}, m \text{ étant un paramètre : discuter selon les valeurs de } m.$$

$$4) \begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 2x + 5y + 3z = -1 \\ -2y - 10z = 14 \end{cases}$$

Exercice 22.2 Résoudre les systèmes d'équations suivants :

$$1) \begin{cases} 2x + 2y - z + 6t = 4 \\ 4x + 4y + z + 10t = 13 \\ 6x + 5y + 20t = 19 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 2x - 5y + 3z - 4s + 2t = 2 \\ 3x - 7y + 2z - 5s + 4t = -3 \\ 5x - 10y - 5z - 4s + 7t = -20 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x - 4y + 3z = 2 \\ 3x - y + 2z = 0 \\ 4x - 5y + 5z = 2 \\ 2x + 3y - z = a \end{cases} ; \text{ discuter selon la valeur de } a, \text{ le rang et les solutions du système.}$$

$$4) \begin{cases} x - 2y + 3z + t = a \\ -2x + 3y - 7z - t = 2 \\ y + a^2z + at = -4 \end{cases}$$

Systèmes homogènes

Exercice 22.3 Dans les cas suivants chercher le rang du système, les solutions, les inconnues principales, une base de cet espace de solutions :

$$1) \begin{cases} x + 3y - 2z = 0 \\ -2x + 3y - 7z = 0 \\ -x + 6y + z = 0 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x + 3y + 2z - s = 0 \\ -2x + y - 7z + 2s = 0 \\ -3x + 5y - 12z + 3s = 0 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} -x + y + 2z - s + t = 0 \\ -2x + y - z + s = 0 \\ -4x + 3y + 3z - s + 2t = 0 \\ -3x + 3y + z - s + t = 0 \end{cases}$$

Recherche de matrices inverses par méthode du pivot de Gauss (ou autre méthode) :

Exercice 22.4 Déterminer si possible les matrices inverses des matrices données en résolvant le système $MX = X'$:

$$1) M = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -5 & 2 \\ 0 & 2 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & -4 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}; 2) N = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 & 2 \\ 2 & 8 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$