

feuille 11

1) Soit E un $\mathbb{R}$ -espace vectoriel de dimension finie $n \geq 1$.

M.q. le groupe $GL(E)$ agit naturellement sur l'ensemble des sous-espaces vectoriels de E ;

- préciser les orbites et leur nombre;
- décrire les stabilisateurs;
- cette action est-elle transitive? fidèle?

2) M.q. le groupe $GL_n(\mathbb{R}) \times GL_n(\mathbb{R})$ agit sur

$M_{m,n}(\mathbb{R})$ par $(P, Q) \cdot A = PAQ^{-1}$;

- identifier les orbites et leur nombre;
- cette action est-elle transitive? fidèle?

3) M.q. le groupe $O(\mathbb{R}^3)$ agit naturellement sur la sphère unité de $\mathbb{R}^3$;

- préciser les orbites;
- identifier les stabilisateurs;
- cette action est-elle transitive? fidèle?

4) M.q. le groupe $GL(\mathbb{R}^n)$ agit naturellement sur l'ensemble des bases de $\mathbb{R}^n$;

- préciser les orbites et les stabilisateurs;
- cette action est-elle transitive? fidèle?

5) Soit G un groupe fini d'ordre n . M.q. G agit sur lui-même par conjugaison: $g \cdot x = gxg^{-1}$;

- préciser les orbites et les stabilisateurs;
- identifier les éléments de G dont l'orbite est réduite à un singleton et écrire l'équation aux classes.

Dans le cas où $n = p^d$ avec p premier et $d \geq 1$, m.q. le centre de G n'est pas réduit à $\{e\}$.