

Test 10

1) a) Démontrer que l'application $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = \arctan(x) + \arctan(x\sqrt{3})$ est strictement croissante et déterminer $f(\mathbb{R}^+)$.

b) En déduire qu'il existe un réel positif $x_0 \in \mathbb{R}^+$ unique tel que $\arctan(x_0) + \arctan(x_0\sqrt{3}) = \frac{7\pi}{12}$.

c) Quels sont les réels positifs dont on connaît l'arctangente? Trouver x_0 parmi ces réels.

2) Soit g une application de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définie par

$$g(x) = \begin{cases} ax + b & \text{si } x < 1 \\ x^2 & \text{si } x \geq 1. \end{cases}$$

a) Démontrer qu'elle est continue en tout $x \in \mathbb{R} - \{1\}$.

b) Tracer la courbe de f dans chacun des cas $(a, b) = (-1, 2)$, $(a, b) = (2, -1)$ et $(a, b) = (2, 1)$.

c) Quelle est la condition sur a et b pour que f soit continue? Pour qu'elle soit dérivable?