RÉSUMÉ DE COURS : ÉQUATIONS DIFFÉRENTIELLES

- Solution de l'équation différentielle $y' - a(x)y = 0$ (sans second membre) :

$$y(x) = Ce^{A(x)} \quad (\text{avec } C \text{ constante et } A(x) \text{ primitive de } a(x)).$$

- Solution de l'équation différentielle $y' - a(x)y = b(x)$ par la méthode de variation de la constante :

On cherche les solutions de l'équation complète sous la forme $y(x) = C(x)e^{A(x)}$, c'est à dire on cherche les fonctions $C(x)$ telles que

$$(C(x)e^{A(x)})' - a(x)(C(x)e^{A(x)}) = b(x).$$

Cette équation permet, après simplification, de calculer $C'(x)$; on en déduit la valeur de $C(x)$, puis celle de $y(x)$.

- Solution de l'équation différentielle $ay'' + by' + cy = 0$ avec a et b constantes telles que $b^2 - 4ac > 0$:

$$y(x) = Ae^{r_1x} + Be^{r_2x} \quad (A \text{ et } B \text{ constantes})$$

$$\text{avec } r_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ et } r_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

- Solution de l'équation différentielle $ay'' + by' + cy = 0$ avec a et b constantes telles que $b^2 - 4ac = 0$:

$$y(x) = (Ax + B)e^{rx} \quad (A \text{ et } B \text{ constantes})$$

$$\text{avec } r = \frac{-b}{2a}.$$

- Solution de l'équation différentielle $ay'' + by' + cy = 0$ avec a et b constantes telles que $b^2 - 4ac < 0$:

$$y(x) = e^{rx}(A \cos(\omega x) + B \sin(\omega x)) \quad (A \text{ et } B \text{ constantes})$$

$$\text{avec } r = \frac{-b}{2a} \text{ et } \omega = \frac{\sqrt{-(b^2 - 4ac)}}{2a}.$$