

Université Aix-Marseille  
UFR Sciences  
Licence de physique et chimie  
Semestre 2

UE Mathématiques 2  
TD 5  
Calcul matriciel

## 1 Opérations matricielles

**Exercice 1.** *On considère les matrices carrées d'ordre 2*

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad B = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}.$$

1. Calculer  $A + B$ ,  $3A$ ,  $-2B$  et  $-A + 2B$ .
2. Même question pour les matrices  $2 \times 3$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 5 & -2 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

**Exercice 2.** *On considère les matrices carrées d'ordre 2*

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Calculer  $AB$ ,  $BA$ ,  $A^2$  et  $B^3$ .

**Exercice 3.** *Effectuer les produits matriciels suivants*

$$\begin{aligned} 1) & \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 6 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} & 2) & \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \\ 3) & \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix} & 4) & \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -5 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

**Exercice 4.** *On considère les matrices*

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & -2 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

*Etudier tous les produits matriciels (il y a 9 cas) entre les matrices  $A$ ,  $B$  et  $C$ . Dire s'ils sont possibles. Dans le cas où les produits sont possibles, on les calculera.*

## 2 Equations matricielles

**Exercice 5.** *On considère la matrice carrée d'ordre 2*

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}.$$

1. *Le produit matriciel est-il commutatif ?*
2. *Déterminer les matrices carrées d'ordre 2 qui commutent avec la matrice  $A$ .*

**Exercice 6.** *On considère les matrices carrées d'ordre 2*

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 6 & -2 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -6 & 3 \end{pmatrix}.$$

1. *Calculer  $AB$  et  $BA$ . En déduire une propriété de la multiplication des nombres réels et des nombres complexes qui n'est pas généralisable pour la multiplication matricielle.*
2. *Déterminer les matrices carrées  $X$  d'ordre 2 telles que*

$$AX = 0.$$

3. *Déterminer les matrices carrées  $Y$  d'ordre 2 telles que*

$$YA = 0.$$

4. *Déterminer les matrices carrées  $Z$  d'ordre 2 telles que*

$$AZ = ZA = 0.$$

**Exercice 7.** *Les matrices carrées suivantes sont-elles inversibles ? Si oui, calculer leur inverse.*

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & -1 \\ 3 & 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

**Exercice 8.** Soient  $a, b, c$  et  $m$  des nombres réels. On considère la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & m & -2 \\ 1 & m+1 & m-2 \\ 2 & 2m+1 & 2m-4 \end{pmatrix}.$$

1. Discuter et résoudre suivant  $m$ , le système matriciel, d'inconnue  $X$

$$AX = Y$$

avec

$$Y = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}.$$

2. Dédire de la question 1, pour quelles valeurs de  $m$ , la matrice  $A$  est inversible.
3. Lorsque la matrice  $A$  est inversible, déduire de la question 1, son inverse.