

## Test 1

Étude de fonction :

$$f(x) = 1 + \sqrt{x} \ln x.$$

1) De même que le logarithme, la fonction  $f$  est définie pour  $x \in ]0, +\infty[$ .

2) La dérivée de  $f$  s'obtient en utilisant la formule  $(uv)' = u'v + uv'$ . C'est

$$\begin{aligned} f'(x) &= 0 + \frac{1}{2\sqrt{x}} \ln x + \sqrt{x} \frac{1}{x} \\ &= \frac{1}{2\sqrt{x}} \ln x + \frac{1}{\sqrt{x}}. \end{aligned}$$

3) Pour quelle valeur de  $x$  s'annule-t-elle ? On réduit au même dénominateur :

$$f'(x) = \frac{\ln x + 2}{2\sqrt{x}}$$

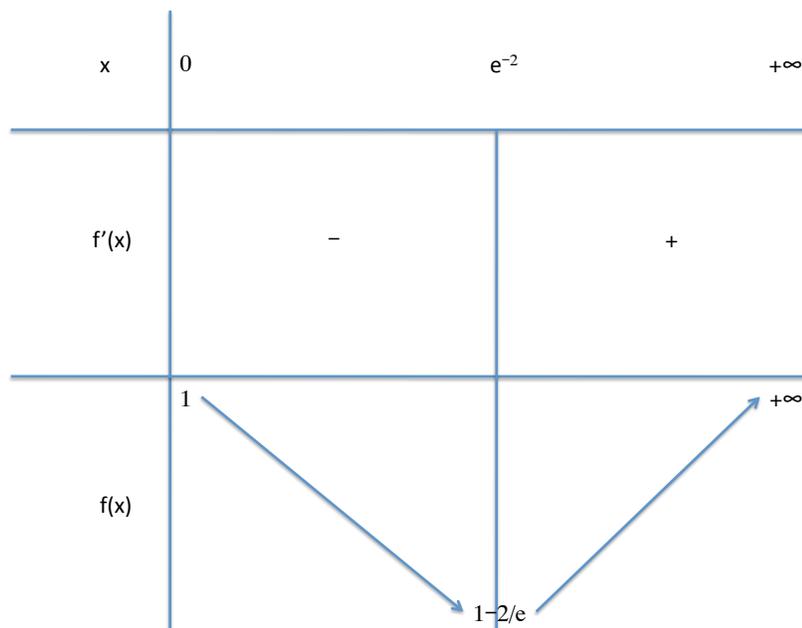
et donc la dérivée s'annule si et seulement si  $\ln x = -2$ , ce qui fait  $x = e^{-2} \simeq 0,135$

4) Tableau de variations :

On sait que  $\lim_{x \rightarrow 0} x^\alpha \ln x = 0$ , pour toute constante strictement positive  $\alpha$ . En particulier

c'est vrai pour  $\alpha = \frac{1}{2}$ , on a donc  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$ .

Quand  $x$  tend vers  $+\infty$ , la limite de  $f(x)$  est  $+\infty$ .



5) Courbe :

