Test 1

Étude de fonction :

$$f(x) = (2x+1)\ln(2x+1).$$

1) la fonction f, de même que la fonction $\ln(2x+1)$, est définie pour $2x+1>0$ ce qui fait $x > -\frac{1}{2}$.

$$\mathcal{D}_f = \left]-\frac{1}{2}, +\infty\right[.$$

2) La dérivée de f s'obtient en utilisant la formule $(uv)' = u'v + uv'$. C'est

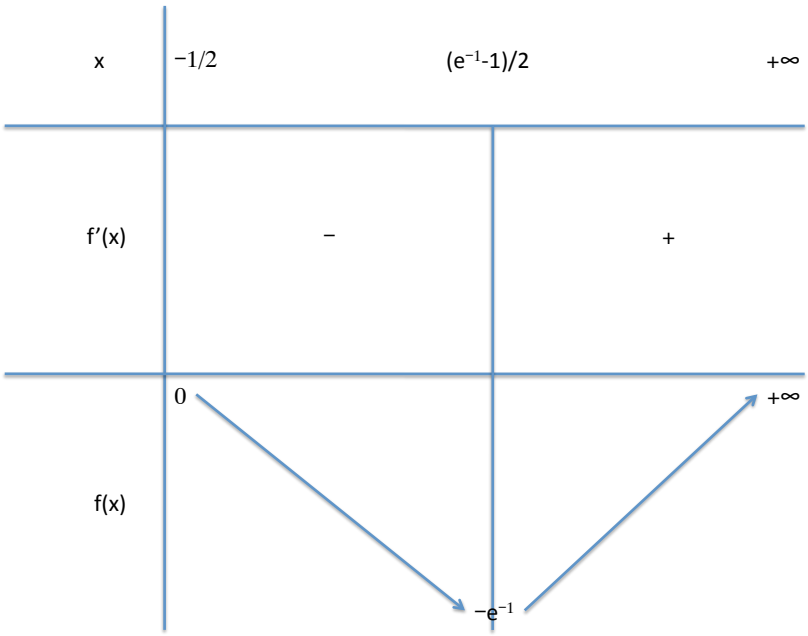
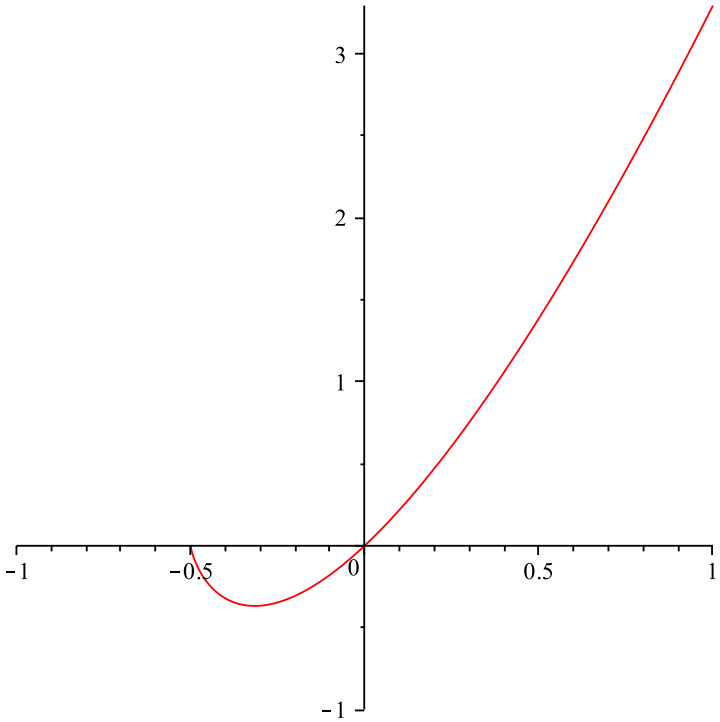
$$\begin{aligned} f'(x) &= 2\ln(2x+1) + (2x+1)\frac{2}{2x+1} \\ &= 2\ln(2x+1) + 2. \end{aligned}$$

3) Elle s'annule si $2\ln(2x+1) = -2$, ou $\ln(2x+1) = -1$ c'est à dire $2x+1 = e^{-1}$ et $\boxed{x = \frac{e^{-1}-1}{2}} \simeq -0,316.$

4) Tableau de variations :

On sait que $\lim_{t\to 0}(t\ln t) = 0$ donc $\lim_{x\to -\frac{1}{2}} f(x) = 0$.

Quand x tend vers $+\infty$, la limite de $f(x)$ est $+\infty$.



5) Courbe :