Test 1

Étude de fonction :

$$f(x) = 1 + (x-1)^2 \ln(x-1).$$

1) la fonction f, de même que la fonction $\ln(x-1)$, est définie pour $x-1>0$ ce qui fait $x>1$.

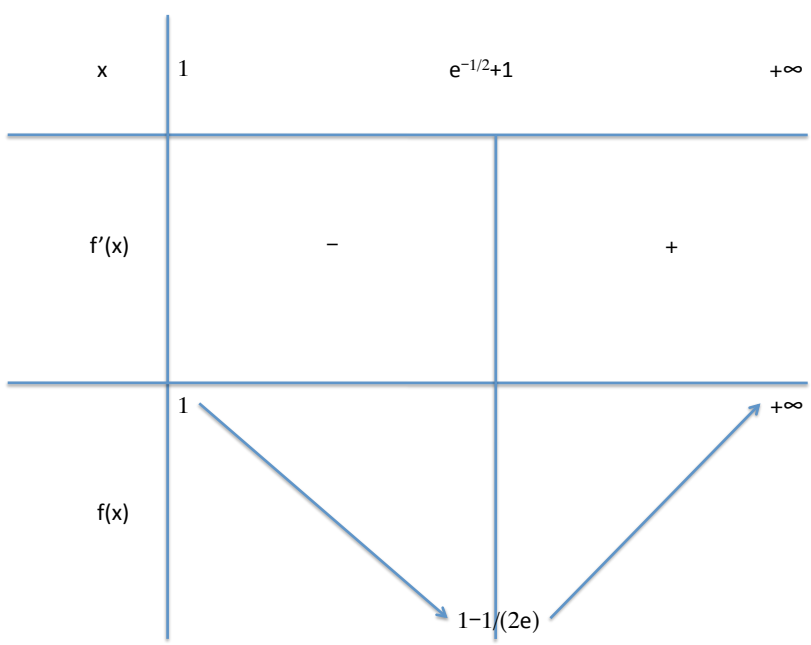
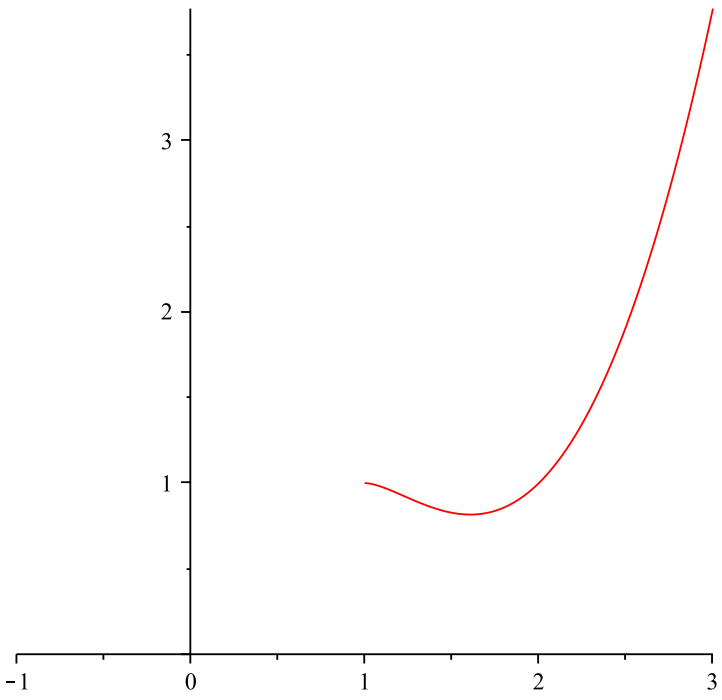
$$\mathcal{D}_f =]1, +\infty[\,.$$

2) La dérivée de f s'obtient en utilisant la formule $(uv)' = u'v + uv'$. C'est

$$\begin{aligned} f'(x) &= 0 + 2(x-1)\ln(x-1) + (x-1)^2 \frac{1}{x-1} \\ &= 2(x-1)\ln(x-1) + (x-1) \\ &= (x-1)(2\ln(x-1)+1). \end{aligned}$$

3) Elle s'annule si $2\ln(x-1) = -1$, ou $\ln(x-1) = -\dfrac{1}{2}$ c'est à dire $x-1 = e^{-\frac{1}{2}}$ et $\boxed{x = e^{-\frac{1}{2}} + 1} \simeq 1,607$.

4) Tableau de variations :
On sait que $\lim\limits_{t\to 0}(t^\alpha \ln t) = 0$ pour toute constante strictement positive α, donc $\lim\limits_{x\to 1} f(x) = 1$.
Quand x tend vers $+\infty$, la limite de $f(x)$ est $+\infty$.



5) Courbe :