Test 3 corrigé

1) a) Soit T la translation de vecteur $\vec{u}$ (d'affixe u), et soit R la rotation centrée à l'origine (d'affixe 0) et d'angle θ. Rappeler quelle est la formule qui donne l'affixe z' du transformé de tout point d'affixe z par T, et l'affixe z'' du transformé de tout point d'affixe z par R.

Réponse: $z' = z + u$ *et* $z" = e^{i\theta} z$.

b) Soit M d'affixe z, le point $T(R(M))$ est-il égal à $R(T(M))$?

Réponse: $T(R(M)) = e^{i\theta} z + u$ *est différent de* $R(T(M)) = e^{i\theta}(z + u) = e^{i\theta} z + e^{i\theta} u$.

2) a) Soit $\mathcal{D}$ la droite d'équation paramétrique $\begin{cases} x = 2t + 3 \\ y = 3t + 2 \end{cases}$.

Trouver l'équation cartésienne de $\mathcal{D}$ sous la forme $ax + by + c = 0$, puis sous la forme $y = \alpha x + \beta$.

Réponse: $-3x + 2y + 5 = 0$ *et* $y = \frac{3}{2} x - \frac{5}{2}$.

b) Soit $\mathcal{D}'$ la droite d'équation $2x + 3y + 1 = 0$, trouver une représentation paramétrique de $\mathcal{D}'$ de la forme $\begin{cases} x = \gamma t + \delta \\ y = \lambda t + \mu \end{cases}$.

Réponse: $\begin{cases} x = -3t + 1 \\ y = 2t - 1 \end{cases}$.

c) Trouver un vecteur directeur et un vecteur orthogonal pour chacune des droites $\mathcal{D}$ et $\mathcal{D}'$.

Réponse: $\vec{d} = (2, 3)$, $\vec{n} = (-3, 2)$, $\vec{d'} = (-3, 2)$, $\vec{n}' = (2, 3)$.

3) Soient $A(1, 1)$, $B(2, 3)$ et $C(4, 2)$, et soit $H(x, y)$ sur la droite (BC), tel que AH soit orthogonal à BC. Calculer ses coordonnées.

Réponse: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = (1, 2) \cdot (2, -1) = 2 - 2 = 0$ *donc* $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{BC}$ *et* $H = B$.