Exercices espaces vectoriels, bases...

Exercice 25.1 *Vérifier que le système (u,v,w) est une base de* $\mathbb{R}^3$: $u = (0,1,1), v = (1,0,1), w = (0,0,1)$

de deux méthodes différentes (famille libre, famille génératrice...) on verra encore d'autres méthodes plus tard...

Décomposer le vecteur $U = (2,3,-1)$ *dans la base canomique de* $\mathbb{R}^3$*et dans cette base.*

Exercice 25.2 *Les sous ensembles suivants de* $\mathbb{R}^3$ *(ou* $\mathbb{R}^4$*) sont-ils des sous espaces vectoriels de* $\mathbb{R}^3$*? si oui, en donner une base :(ne pas utiliser la définition générale d'un espace vectoriel...)*

On utilisera pour cela le cours : l'ensemble des combinaisons linéaires formées à partir des vecteurs d'une famille constitue un sous espace vectoriel ; comment nomme t-on ce sous espace ?

$F = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3, tel\ que\ x + y = 0\ et\ 2x - y + z = 0\}$ *; interprétation géométrique.*

$G = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3, tel\ que\ x - y + z = 0\ et\ x - y - z = 1\}$*(réponse rapide...)*

$H = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3, tel\ que\ 2x + y + 3z = 0\}$*interprétation géométrique ;*

$I = \{(x,y,z,t) \in \mathbb{R}^4, tel\ que\ x + y = 0,\ et\ 2x - y + t = 0\}$

Exercice 25.3 *Montrer que le sytème* $U = (1, 1+X, 1+X^2)$ *est une base de l'espace* $\mathbb{R}_2[X]$. *Quelles sont, dans la base canonique et dans cette base, les coordonnées de* $P(X) = X^2 + X$? *de* $Q(X) = X$ *? de* $R(X) = 2X^2 - X - 1$?

Exercice 25.4 *Que signifie la phrase : "F est le sous espace vectoriel engendré par une famille de vecteurs U" ? Donner plusieurs réponses. Pourquoi toute famille V contenant les éléments de U est-elle aussi génératrice ?*

Exercice 25.5 *Montrer que la famille* $V = \{(1,1,1,0),(1,1,0,0),(0,1,0,0)\}$ *est une famille libre de* $\mathbb{R}^4$; *est -elle génératrice ?*

Exercice 25.6 *1) A l'aide des déterminants, dire si les systèmes suivants de vecteurs forment une base de* $\mathbb{R}^3$:

a) $u = (1,0,2); v = (-1,3,1)$ *;* $w = (2,1,5)$

b) $u\prime = (1,1,3); v\prime = (-1,3,0); w\prime = (2,0,0)$

c) $u = (1,3,0); v = (-2,1,1); w = (-4,9,3)$