

NOM :
Groupe :

LICENCE 1^{ère} année
Mathématiques Générales

Interrogation n°1

Exercice 1

Soient E un ensemble non vide et A et B les sous-ensembles de E , une application f de $P(E)$ dans $P(E)$ ² définie par, pour tout X élément de $P(E)$, $f(X) = (X \cup A, X \cup B)$.

- 1) Montrer que, si f est injective, $A \cap B = \emptyset$.
- 2) Montrer que la réciproque est vraie.
- 3) Montrer que, si f est surjective, $A = B = \emptyset$ (on considère le couple $(\emptyset, \emptyset)$) ; dans ce cas, que vaut $f(X)$?
En considérant $(E, \emptyset)$, en déduire que f n'est pas surjective.

Exercice 2

Soit g la fonction réelle définie par $g(x) = \frac{1}{x^2 - 3x + 2}$.

1. Donner le domaine de définition D_g de g .
2. Etudier la fonction g (les limites, le tableau de variation et le graphe).
3. Déterminer l'ensemble image.
4. La fonction g est-elle injective sur D_g ? Est-elle surjective sur $\mathbb{R}$?
5. Soit la fonction $h :]2, +\infty[\longrightarrow]0, +\infty[$ définie par $h(x) = g(x), \forall x \in]2, +\infty[$. Montrer que h est bijective, puis donner sa réciproque.